

文章编号: 1000-7598-(2008)12-3246-05

分析含水层水位恢复数据的多次直线解析法

郭建青^{1,2}, 周宏飞¹, 李彦¹

(1. 中国科学院新疆生态与地理研究所, 乌鲁木齐 830011; 2. 长安大学 环境科学与工程学院, 西安 710054)

摘要: 提出了一种分析含水层抽水试验中水位恢复数据的新方法。在方法的建立过程中, 考虑了地下水位在上升和下降过程中, 含水层的释水系数和贮水系数之间可能存在的差异。对表示水位恢复阶段降深变化表达式中的两个表达式都采用了相同的简化方式, 即对由于持续抽水引起的降深项和停抽时刻开始的虚拟注水引起的降深项, 均采用了保留 Theis 井函数的级数表达式中前三项作为其简化式, 简化条件为无量纲时间 $u_1 < 0.2$ 和 $u_2 < 0.2$ 。在这样的简化条件下, 建立了具有同时能够确定含水层导水系数、贮水系数和释水系数的方法。根据贮水系数和释水系数是否相等, 可以判断含水层水位下降与水位恢复过程的形变是否可逆。最后, 通过算例说明了方法的应用步骤。

关键词: 含水层参数; 水位恢复试验; 数据分析方法; 多次直线解析; 井函数简化

中图分类号: TU 46⁺2

文献标识码: A

Multi straight line analytical method for estimating aquifer parameters from recovery test data

GUO Jian-qing^{1,2}, ZHOU Hong-fei¹, LI Yan¹

(1. Xinjiang Institute of Ecology and Geography, Chinese Academy of Sciences, Urumqi 830011, China;

2. Institute of Environmental Science and Engineering, Changan University, Xi'an 710054, China)

Abstract: A new method for determining hydrogeological parameters of aquifer from recovery data is proposed. The possible difference between releasing water coefficient of aquifer in the stage of water level declining and water storage coefficient as water level rising is taken into consideration. In order to derive the equations for estimating the hydrogeological parameters of aquifer, the same simplification way for two well functions describing two drawdowns is taken; one of these drawdowns is caused by continuous pumping, and the other is caused by imagined recharge with the same pumping rate after pumping stops. This means that the first three terms in the series expressions of the Theis' well functions are taken as simplified expresses of well function, and the simplified condition is that two dimensionless times are $u_1 < 0.2$ and $u_2 < 0.2$. Under such simplifications, transmissivity, water storage and releasing water coefficients may be estimated simultaneously. According to the differences between storativity and releasing coefficient, the deformation reversibility of tested aquifer between discharge stage and recharge stage may be judged. Finally, an example is given to show the application procedure of the proposed method.

Key words: parameters of aquifer; water level recovery test; data analysis method; multi straight line analysis; simplification of well function

1 引言

抽水试验是确定含水层参数的主要途径之一。在进行定流量抽水试验过程中, 当水泵停止抽水后, 地下水位开始回升。由于抽水停止, 含水层中地下水位的恢复变化受外界因素干扰较少, 其恢复变化过程比较平稳, 也就较容易进行准确的观测。

因此, 通过分析水位恢复阶段的水位降深观测数据, 能够得到较为可靠的含水层参数。在试验含水层满足 Theis 假设——等厚、均质、各向同性和无限延伸的条件下, 目前分析定流量抽水试验水位恢复数据的常用方法主要有标准曲线配线法^[1, 2]和以 Theis 公式简化形式——Cooper-Jacob 直线公式基础上的直线图解法^[3]。在应用标准曲线配线法时,

收稿日期: 2007-04-10

基金项目: 国家自然科学基金 (No.40671037)。

作者简介: 郭建青, 男, 1958 年生, 硕士, 教授, 主要从事地下水动力学和环境水力学方面的研究。E-mail: guojianqing@yahoo.com.cn

需要预先绘制专门的标准曲线, 而且在配线过程中, 人为随意性会对参数计算结果的精度产生一定的影响。在应用直线图解法时, 同样也会遇到两方面的问题。首先, 它不能够直接确定含水层的贮水系数 S , 欲计算其值, 则需要利用水泵停止抽水时刻的水位降深值; 其次, 在应用时要求试验过程中的水位下降与水位恢复的时间都足够长, 以使两个阶段的无量纲时间均能满足简化 Theis 公式的条件, 即 $u < 0.01$ 。对于抽水过程而言, 这个条件容易得到满足, 而对于水位恢复阶段, 由于是从停止抽水时刻开始计时, 故相对不易满足。为了弥补以上的不足, Olivier 和 Lumony^[4]提出了新的直线图解法。利用他们的方法分析水位恢复试验数据时, 在观测孔中停抽时刻的水位降深值为未知的情况下, 能够计算含水层的贮水系数值, 而且由于在简化 Theis 公式时, 保留了井函数级数表达式中的前 3 项, 故仅要求满足条件 $u < 0.2$ 即可应用。显然, 这种方法的适用性较强。作者^[5]也曾提出了一种分析水位恢复试验数据的方法, 可在一定程度上弥补现有方法的不足。此外, Singh^[6]也提出了基于降深关于时间导数的方法, 应用这种方法的主要不便之处在于需要利用差商值近似代替导数值, 当降深随时间变化比较平缓或其观测值偶有误差, 则较难保证差商值的计算精度。

然而, 上述种种方法均假设含水层在水位上升过程中的贮水系数等于水位下降过程的释水系数, 相当于假设含水层介质在抽水过程和恢复过程中的形变为线弹性的, 含水层在释水和饱水过程中的形变是可逆的。Jacob^[7]指出, 含水层在水位下降过程中, 可能会产生一定程度的固结变形, 从而导致含水层介质的孔隙率缩小。在这种情况下, 含水层在水位恢复过程中的贮水系数会小于水位下降过程的释水系数。Chenaf 和 Chapuis^[8]基于 Cooper-Jacob 的近似直线公式, 在贮水系数和释水系数不相等的条件下, 建立了相应的分析水位恢复试验数据, 确定含水层参数的方法。利用该方法能够分别计算出含水层的贮水系数和释水系数的值。但是, 其在应用中也会遇到两方面的问题。首先, 它是建立在 Cooper-Jacob 假设的基础上, 与大多数的直线图解方法相同, 适用条件为 $u < 0.01$ 。显然, 为了满足这个条件, 需要较长的水位恢复时间或观测孔至抽水主井间的距离较小; 其次, 在应用中要求水泵停抽时刻的降深值为已知。鉴于此, 文中提出一种新的方法, 其既能够在一定程度上克服现有方法的不足, 也可以分别计算出含水层的贮水系数和释水

系数, 从而能够判断含水层在抽水过程中的变形是否为弹性的。

2 数据分析原理

2.1 停止抽水后的降深表示

在停止抽水之后, 观测孔中的水位降深 s 可以看作是由两部分叠加形成的, 一部分是以定流量 Q 继续抽水形成的 s_1 , 另一部分为在停抽时刻开始以定流量 Q 注水而形成的 s_2 , 即在含水层满足等厚、均质、各向同性和无限延伸的 Theis 假设条件下, 水泵在抽水主井中以定流量 Q 抽水持续时间 t_p 后停止抽水, 含水层中任一点在停抽后的水位降深为^[9]

$$s = s_1 + s_2 \quad (1)$$

$$\text{其中: } s_1 = \frac{Q}{4\pi T} W(u_1) \quad (2)$$

$$s_2 = -\frac{Q}{4\pi T} W(u_2) \quad (3)$$

式中: s_1 为以定流量 Q 继续抽水在含水层中产生的水位降深 (m); s_2 为在水泵停止抽水时刻起, 以定流量 Q 向抽水主井内虚拟注水形成的降深 (m), 由于注水产生的水位降深与抽水产生的方向相反, 故其取负值; Q 为停抽前的抽水流量 (m^3/d); $W(u_1)$ 和 $W(u_2)$ 为 Theis 井函数, 其分别为

$$W(u_1) = \int_{u_1}^{\infty} \frac{\exp(-x)}{x} dx \quad (4)$$

$$W(u_2) = \int_{u_2}^{\infty} \frac{\exp(-x)}{x} dx \quad (5)$$

$$\text{其中: } u_1 = \frac{r^2 S}{4T(t + t_p)} \quad (6)$$

$$u_2 = \frac{r^2 S'}{4Tt} \quad (7)$$

式中: r 为观测孔到抽水主井间的距离 (m); S 为含水层在水位下降过程中的释水系数; S' 为含水层在水位恢复过程中的贮水系数; T 为含水层的导水系数 ($\text{m}^2 \cdot \text{d}^{-1}$); t 为水位回升时间 (min), 它以水泵停抽时刻为起始时刻; t_p 为停止抽水之前的抽水持续时间 (min)。

理论上讲, 在多孔介质骨架的形变为线弹性的情况下, 含水层的贮水系数和释水系数应该是相等的。但对于实际含水层而言, 当地下水水位发生上升和下降变化时, 人们难以预先判断其内部骨架的形变是否属于弹性。因此, 文中方法不要求含水层

在水位下降过程中的释水系数和在上升过程中的贮水系数为相等的,而是分别计算它们的数值,从而使方法具有更宽的适用性。

2.2 井函数的简化

井函数 $W(u)$ 可以利用如下级数表示^[9]:

$$W(u) = -0.577 216 - \ln u + u - \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{u^n}{n \times n!} \quad (8)$$

为了拓宽数据分析方法的应用范围,对于由于虚拟持续抽水和虚拟注水引起的降深项均采用保留式(8)中级数表达式中的前三项作为其近似表达式,即

$$s_1 = \frac{Q}{4\pi T} \ln \left[\frac{2.25T(t+t_p)}{r^2 S} \right] + \frac{r^2 S}{4T(t+t_p)} \quad (9)$$

$$s_2 = -\frac{Q}{4\pi T} \left[\ln \left(\frac{2.25Tt}{r^2 S'} \right) + \frac{r^2 S'}{4Tt} \right] \quad (10)$$

以文中采用的简化近似方式,欲达到与 Cooper-Jacob 直线公式具有相同的精度,即在利用式(9)和式(10)表示的简化公式代替精确解所产生的截断误差不会超过 $\frac{u^2}{2 \times 2!} < 0.01$ 的情况下,则要求无量纲时间 $u_1 < 0.2$ 和 $u_2 < 0.2$ 即可。

2.3 参数计算公式

将式(9)和式(10)代入式(1),可以得到:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \left\{ \ln \left[\frac{(t+t_p)S'}{tS} \right] + \frac{r^2}{4T} \left(\frac{S}{t+t_p} - \frac{S'}{t} \right) \right\} \quad (11)$$

令 $\beta = \frac{S}{S'}$, 则

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \left\{ \ln \left[\frac{(t+t_p)\beta}{t} \right] + \frac{r^2 S}{4T} \left(\frac{1}{t+t_p} - \frac{\beta}{t} \right) \right\} \quad (12)$$

s 还可改写为

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \left\{ \ln \left[\frac{(t+t_p)\beta}{t} \right] + \frac{r^2 S}{4Tt} \left(\frac{t}{t+t_p} - \beta \right) \right\} \quad (13)$$

在式(13)中,令

$$A_0(t) = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{(t+t_p)\beta}{t} \quad (14)$$

$$A_1(t) = \frac{Q}{4\pi T} \frac{S}{4Tt} \left(\frac{t}{t+t_p} - \beta \right) \quad (15)$$

则式(13)可以写为

$$s = A_0(t) + A_1(t)r^2 \quad (16)$$

显然,在以 s 为纵坐标轴、 r^2 为横坐标轴的直角坐标系中,式(16)表示了斜率为 $A_1(t)$,纵截距为 $A_0(t)$ 的直线方程。由于是对多个观测孔的资料同时进行分析,为了能够建立文中的直线方程(16),要求至少有 2 个以上的观测孔,在应用线性回归方法时,则需要更多数目的观测孔。另一方面,从式(14)和式(15)可知,式(9)中的直线常数 $A_0(t)$ 和 $A_1(t)$ 又是时间 t 的函数。式(14)和式(15)可以分别改写为

$$A_0(t) = \frac{Q}{4\pi T} \left\{ \ln \left[\frac{(t+t_p)}{t} \right] + \ln \beta \right\} \quad (17)$$

$$tA_1(t) = \frac{Q}{4\pi T} \frac{S}{4T} \left(\frac{t}{t+t_p} - \beta \right) \quad (18)$$

在式(18)中,令

$$y = A_1(t)t \quad (19)$$

$$z = \frac{t}{t+t_p} \quad (20)$$

$$b_0 = -a_1 \frac{S}{4T} \beta \quad (21)$$

$$b_1 = a_1 \frac{S}{4T} \quad (22)$$

$$a_1 = \frac{Q}{4\pi T} \quad (23)$$

则式(15)可改写为

$$y = b_0 + b_1 z \quad (24)$$

显然可知,在以 y 为纵坐标、 z 为横坐标的直角坐标系中,式(24)表示了一条纵截距为 b_0 ,斜率为 b_1 的一条直线。如果利用直线图解法或线性回归方法计算出 b_0 和 b_1 的值,就可以利用由式(21)和式(22)得到的下式计算 β 值:

$$\beta = -\frac{b_0}{b_1} \quad (25)$$

在式(17)中,令 a_1 的计算同式(23),且

$$a_0 = \frac{Q}{4\pi T} \ln \beta \quad (26)$$

$$x = \ln \frac{t+t_p}{t} \quad (27)$$

则式(17)可以写为

$$A_0(t) = a_1 x + a_0 \quad (28)$$

类似地, 在以 $A_0(t)$ 为纵坐标, x 为横坐标的直角坐标系中, 式 (27) 表示了一条纵截距为 a_0 , 斜率为 a_1 的一条直线。如果利用直线图解法或线性回归方法计算出 a_0 和 a_1 的值, 就可利用由式 (23) 得到的下式计算含水层的导水系数 T :

$$T = \frac{Q}{4\pi a_1} \quad (29)$$

利用式 (21), 可得

$$S = -\frac{4Tb_0}{\alpha_1\beta} \quad (30)$$

或利用式 (22), 得到

$$S = -\frac{4Tb_1}{\alpha_1} \quad (31)$$

计算含水层的释水系数, 利用公式 $\beta = \frac{S'}{S}$, 得

$$S' = S\beta \quad (32)$$

3 计算步骤

根据以上的推导, 现将文中方法的参数确定方法的计算步骤简要归纳如下:

(1) 分别将各个观测孔同一观测时间 t_i ($i=1, 2, \dots, n$ 为观测时间序列号) 的 $s-r^2$ 数据进行一元线性回归计算, 计算出相应不同 t_i 的 $A_0(t_i)$ 和 $A_1(t_i)$ 。在实际计算过程中, 可利用现有的程序或软件进行线性回归计算, 也可以应用直线图解法进行求解。由于人们对直线图解法的具体作法和过程比较熟悉, 在此不再详细介绍。

(2) 利用式 (19) 和式 (20) 计算相应不同 t_i 的 y_i 和 z_i , 并对 y_i-z_i 数据进行一元线性回归计算, 确定直线方程 (24) 中的常数 b_0 和 b_1 值。

(3) 利用式 (27) 计算相应不同 t_i 的 x_i , 并对 $A_0(t_i)-x_i$ 数据进行一元线性回归计算, 确定直线方程 (28) 中的常数 a_0 和 a_1 值。

(4) 利用式 (25) 计算 β 值, 利用式 (29) 计算含水层的导水系数 T , 利用式 (30) 或式 (31) 计算含水层的释水系数 S , 利用式 (32) 计算含水层的贮水系数 S' 。

在计算结束后, 应根据参数的计算结果进行后检验, 检验采用的观测数据是否满足 $u_1 \leq 0.2$ 和 $u_2 \leq 0.2$ 的要求。如果不满足, 应重新选择满足要求的观测数据进行计算。

4 算 例

为了验证文中方法的可靠性和说明其具体应用步骤, 采用数字算例。其中含水层的导水系数 $T = 120 \text{ m}^2/\text{d}$, 弹性释水系数 $S = 0.001$, 含水层贮水系数 S' 和弹性释水系数 S 的比值 $\beta = 0.95$ 。表 1 中给出的是在上述含水层参数情况下, 以定流量 $Q = 960 \text{ m}^3/\text{d}$ 进行抽水试验, 在 $t_p = 600 \text{ min}$ 时刻停泵后, 距抽水主井不同距离的观测孔中的水位降深随时间的变化过程, 现计算含水层参数。

表 1 水位过程恢复数据
Table 1 Observed water level recovery data

t/min	水位降深 /m						
	$r=5 \text{ m}$	$r=15 \text{ m}$	$r=30 \text{ m}$	$r=60 \text{ m}$	$r=80 \text{ m}$	$r=100 \text{ m}$	$r=120 \text{ m}$
30	2.405	2.393	2.354	2.199	2.038	1.831	1.578
60	1.993	1.988	1.970	1.896	1.819	1.721	1.600
90	1.764	1.760	1.749	1.702	1.653	1.590	1.514
120	1.608	1.605	1.597	1.563	1.528	1.483	1.428
150	1.492	1.490	1.483	1.458	1.431	1.396	1.354
180	1.401	1.399	1.394	1.373	1.352	1.324	1.291
210	1.326	1.325	1.321	1.304	1.286	1.264	1.236
240	1.265	1.264	1.260	1.246	1.231	1.212	1.189
270	1.212	1.211	1.208	1.196	1.183	1.167	1.147
300	1.166	1.166	1.163	1.152	1.141	1.127	1.110
330	1.127	1.126	1.124	1.114	1.105	1.092	1.077
360	1.091	1.091	1.089	1.081	1.072	1.061	1.048
390	1.060	1.060	1.058	1.050	1.043	1.033	1.021
420	1.032	1.031	1.030	1.023	1.016	1.008	0.997
450	1.006	1.006	1.005	0.999	0.992	0.984	0.975

(1) 采用文献[10]中利用 VB 语言编制的一元线性回归程序, 分别对停泵后不同时间的 $s-r^2$ 数据进行一元线性回归计算, 得到了相应不同时间的 $A_0(t)$ 和 $A_1(t)$ 值, 结果见表 2。

表 2 计算数据
Table 2 Computation data

t/min	$A_0(t)$	x	$A_1(t)/10^{-6}$	y	z
30	2.406 0	3.044 5	-57.504 8	-0.001 73	0.047 62
60	1.994 2	2.397 9	-27.357 6	-0.001 64	0.090 91
90	1.764 4	2.036 9	-17.398 9	-0.001 57	0.130 43
120	1.608 1	1.791 8	-12.509 4	-0.001 50	0.166 67
150	1.492 1	1.609 4	-9.591 7	-0.001 44	0.200 00
180	1.400 8	1.466 3	-7.647 1	-0.001 38	0.230 77
210	1.326 4	1.349 9	-6.270 1	-0.001 32	0.259 26
240	1.265 0	1.252 8	-5.288 4	-0.001 27	0.285 71
270	1.212 1	1.170 1	-4.518 0	-0.001 22	0.310 34
300	1.166 4	1.098 6	-3.930 3	-0.001 18	0.333 33
330	1.126 9	1.036 1	-3.473 5	-0.001 15	0.354 84
360	1.091 5	0.980 8	-3.031 0	-0.001 09	0.375 00
390	1.060 3	0.931 6	-2.729 9	-0.001 06	0.393 94
420	1.031 9	0.887 3	-2.417 4	-0.001 02	0.411 76
450	1.006 5	0.847 3	-2.209 3	-0.000 99	0.428 57

(2) 分别利用式 (19)、式 (20) 和式 (27) 进行数据转换计算, y, z, x 值的计算结果见表 2。

(3) 分别对表 2 中的 $y-z$ 和 $A_0(t)-x$ 数据进行一元线性回归计算, 结果分别为: $b_0 = -0.001 82$,

$b_1 = -0.001\ 93$, $a_0 = 0.467$, $a_1 = 0.637$ 。

(4) 利用式 (25) 计算 β 值, 结果为 $\beta = 0.943$; 利用式 (29) 计算含水层的导水系数 T , 结果为 $T = 119.99\ \text{m}^2/\text{d}$; 利用式 (30) 计算含水层的弹性释水系数 S , 结果为: $S = 0.001\ 01$; 利用式 (32) 计算含水层的贮水系数 S' , 结果为 $S' = 0.000\ 952$ 。

将利用文中方法计算得到的参数计算结果与其真值相比较, 可以知道各个含水层参数的计算值与其真值间的相对误差均不大于 1.0 %, 表明了文中的参数计算方法是可靠的。

5 结 论

(1) 与大多现有分析含水层水位恢复试验数据, 确定含水层参数的方法相比较, 文中方法将含水层的释水系数 S 和贮水系数 S' 分别进行计算, 其结果可以判断含水层的释水过程和贮水过程是否为可逆的 (β 值是否为 1), 即能够判断含水层在抽水过程中的变形是否为弹性的。

(2) 与大多现有的以 Cooper-Jacob 简化为基础的直线图解法相比较, 文中方法在应用时不要求水泵停抽时刻的水位降深为已知。

(3) 与 D. Chenaf 等人的方法相比较, 主要区别在于对 Theis 公式的简化方式, 文中方法采用了保留井函数的级数表达式中的前 3 项作为其近似表达式, 应用条件为无量纲时间满足 $u_1 \leq 0.2$ 和 $u_2 \leq 0.2$ 的要求。因此, 文中方法具有更宽的应用范围。

参 考 文 献

- [1] GOODE D J. Composite recovery type curves in normalized time from Theis' exact solution[J]. **Ground Water**, 1997, 35(4): 672—678.
- [2] SAMANI N, PASANDI M. A single recovery type curve from Theis' exact solution[J]. **Ground Water**, 2003, 41(5): 602—607.
- [3] 薛禹群. 地下水动力学[M]. 北京: 地质出版社, 1986: 158—161.
- [4] BANTON D, BANGOY L M. A new method to determine storage coefficient from pumping test recovery data[J]. **Ground Water**, 1996, 34(5): 772—777.
- [5] 郭建青, 李彦, 王洪胜, 等. 含水层水位恢复试验数据的直线图解分析法[J]. 水利学报, 2004, (10): 22—26.
GUO Jian-qing, LI Yan, WANG Hong-sheng, et al. New method for estimating aquifer parameters according to the data of water level recovery in pumping test[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2004, (10): 22—26.
- [6] SINGH S K. Storage coefficient and transmissivity from residual drawdowns[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2003, 129(8): 637—644.
- [7] JACOB C E. Flow of ground water[M]. New York: John Wiley & Sons, 1950: 321—386.
- [8] CHENAF D, CHAPUIS R P. Methods to determine storativity of infinite confined aquifer from a recovery test[J]. **Ground Water**, 2002, 40(4): 385—389.
- [9] 陈崇希, 林敏. 地下水动力学[M]. 武汉: 中国地质大学出版社, 1999: 122—124.
- [10] 李鸿吉. Visual Basic 6.0 数理统计实用算法[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 560—581.
- [12] MICHALOWSKI R L. Stability of uniformly reinforced slopes[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, ASCE, 1997, 123(6): 546—556.
- [13] ZHAO A. Limit analysis of geosynthetic-reinforced soil slopes[J]. **Geosynthetics International**, 1996, 3(6): 721—740.
- [14] 秦四清, 王建党. 土钉支护机理与优化设计[M]. 北京: 地质出版社, 1999.
- [15] 张明聚, 郭忠贤. 土钉支护工作性能的现场测试研究[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(3): 319—323.
- [16] ZHANG Ming-Ju, GUO Zhong-xian. Research on behaviors of soil nailing by field test[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2001, 23(3): 319—323.
- [16] 秦会来, 郭院成. 水泥土桩复合土钉水平位移简化计算[J]. 岩土力学, 2007, 28(9): 1 923—1 926.
QIN Hui-lai, GUO Yuan-cheng. Simplified calculation method of horizontal displacements for the composite retaining system of cement-soil piles and soil nailing[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2007, 28(9): 1 923—1 926.

上接第 3245 页